Éléments d'analyse des prérequis éducatifs nécessaires pour l'enseignement des sciences

Jean-Pierre Demailly
Professeur à l'Université de Grenoble I
Institut Universitaire de France
(Les annexes I, II, et III ont été rédigées avec l'aide de Michel Delord)

Texte présenté le Lundi 3 février 2003 à Bordeaux, dans le cadre du Colloque National sur les Etudes Scientifiques Universitaires

Dans leur méthodologie interne et leur rapport avec les autres sciences, les mathématiques peuvent être appréhendées comme :

(1) un langage permettant d'exprimer des énoncés logiques ou des faits universels (ceci peut inclure des phénomènes scientifiques comme ceux de la relativité et de la mécanique quantique, qui sont presque indissociables de leur formulation mathématique.)

(2) une méthode de pensée et de raisonnement, structurée et systématique

(3) une production d'objets (les "objets mathématiques")

(4) un outil de modélisation

(5) une collection de résultats ou de formules

(6) une discipline de service pour les autres disciplines.

Les autres sciences fondamentales comportent ces mêmes aspects, auxquels il faut sans doute rajouter le rapport à la réalité expérimentale – notons cependant qu'il y a *aussi* des formes d'expérimentation en mathématiques, y compris à l'intérieur des mathématiques dites "pures".

Un des points les plus préoccupants est que la démarche d'enseignement découlant des programmes actuels ne semble plus se manifester qu'au travers des seuls aspects (5) et (6). Nous y reviendrons plus loin sur des exemples très précis, montrant que tous les niveaux d'étude sont touchés. C'est le cas notamment du niveau primaire, où l'harmonie nécessaire entre tous les aspects du développement de la connaissance scientifique se traduit en fait par la juxtaposition du "bricolage" et d'un enseignement réduit à la possession de bribes éparses de savoir.

Même si les programmes officiels expriment au moins le souhait que les aspects (1), (2), (3), (4) soient aussi mis en oeuvre, l'insuffisance des horaires ou des prérequis disponibles et, surtout, le manque de cohérence et de structuration des programmes dans le temps font que ceux-ci passent à la trappe. Il en résulte que la très grande majorité des élèves issus de l'enseignement secondaire se voit privée d'éléments de formation essentiels pour une bonne appréhension des concepts scientifiques.

Ainsi, une observation des savoirs et des comportements des étudiants entrant en premier cycle universitaire scientifique dans les années 2000 montre que ces étudiants :

A. *connaissent très mal le langage mathématique de base* (raisonnement logique, langage ensembliste, concepts de base de la théorie des fonctions d'une variable, géométrie "intrinsèque" dans le plan et dans l'espace).

B. n'ont presque aucun point de repère pour s'orienter dans une *démarche d'investigation*, même sur des questions élémentaires.

En Mathématiques la situation est donc *extrêmement dégradée*, on peut estimer que la majorité des étudiants n'ont *aucun vécu de ce qu'est une démarche scientifique*, et, surtout, ne disposent plus de *connaissances suffisamment structurées.* Les objets mathématiques fondamentaux ne sont *plus enseignés de manière cohérente et systématique* comme cela a été le cas à certaines époques.

Causes de la dégradation

Beaucoup d'études et de rapports récents tendent ou bien à nier la réalité de la dégradation – discours qui a souvent été un leitmotiv des responsables du système éducatif ces dernières années – ou bien tendent à rejeter les difficultés sur des causes extérieures au système éducatif : insuffisante promotion de la culture scientifique dans les media, attrait financier insuffisant des carrières scientifiques, environnement social défavorable, etc.

Bien que ces facteurs négatifs externes aient certainement un rôle, ils font hélas partie de ceux sur lesquels le système éducatif a le moins de prise. A contrario, il ressort d'observations de plus en plus nombreuses que la désaffection des étudiants pour les études scientifiques est probablement la conséquence d'une dégradation interne sévère, et il possible d'agir à ce niveau *à condition d'en avoir la volonté et de faire des analyses lucides et non biaisées.*

Le déséquilibre des programmes et de la hiérarchie des filières entraîne en effet une forte inadéquation du système éducatif aux objectifs fondamentaux de l'enseignement des sciences. Comment un élève peut-il aimer les mathématiques et les sciences telles qu'elles sont enseignées actuellement, s'il est – comme la plupart des êtres humains – animé par la volonté de comprendre ?

L'auteur de ces lignes est loin d'être le seul à faire ce constat[1]. Ainsi,

– Un rapport de l'Inspection Générale de Mathématiques paru en 2002 analyse de façon circonstanciée une érosion continue des programmes et des contenus de l'enseignement des mathématiques depuis 20 ou 25 ans : *"En conclusion, les contenus actuels sont le résultat d'une grande érosion, tant du point de vue des modèles introduits et étudiés, que de la capacité à généraliser, à construire, et à porter sur les situations un regard mathématique."* Le texte est référencé sur

`http://www.education.gouv.fr/syst/igen/rapport.htm#2002`

mais curieusement retiré de la consultation publique, une copie est disponible sur la page

[1] Je voudrais remercier Rudolf Bkouche pour la remarque qui précède – ainsi que pour beaucoup d'autres très pertinentes.

personnelle de l'auteur :

`http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~demailly/`

– Le rapporteur de l'épreuve orale de Mathématiques de l'Ecole Normale Supérieure, Yves Laszlo, constate :

Comme nos collègues physiciens, on a pu constater que même sur un panel de candidats à aussi fort potentiel, les méfaits de la mise à sac de l'enseignement des mathématiques dans le secondaire mis en place depuis plus de deux décennies se faisaient sentir. Le programme est souvent mal assimilé, ce parfois même dans les points les plus basiques (l'algèbre linéaire par exemple). Il semble clair qu'on ne peut impunément retarder l'apprentissage du raisonnement mathématique et que les notions ont besoin de recul pour être assimilées, même par les meilleurs. Bien entendu, on imagine, hélas, mal un changement radical d'attitude, pourtant indispensable, à ce niveau. A tout le moins, on ne saurait trop mettre en garde contre les dangers de l'acquisition de connaissances hors programmes, qui dans la majeure partie du temps, sont mal comprises et handicapent au final le candidat.

`http://www.ens.fr/concours/Rapports/2002/MP/ecrit_math_ul.pdf`

Peut-on localiser un "maillon faible" ?

Pour répondre à cette question, je propose l'examen de divers documents.

Annexes I et II. Comparaison des programmes d'enseignement primaire de 1923-1945, et des programmes élaborés par la commission Joutard (2002).

La comparaison fait apparaître sans aucun doute possible un décalage extrêmement marqué dans l'échelonnement des apprentissages, parfois de l'ordre de 2 à 3 années dès le primaire (et atteignant même 8 ans pour une notion importante telle que le PPCM, enseignée jadis en CM2 à toute une classe d'âge, et qui ne figure plus aujourd'hui qu'en Terminale S, pour les seuls élèves ayant choisi la Spécialité Mathématique !!). De très nombreuses notions fondamentales pour la compréhension des faits et données scientifiques ont quasiment disparu des programmes modernes : pratique experte des algorithmes opératoires, partie de la "connaissance intime du nombre" (René Thom), divisions sur les nombres décimaux, manipulation d'unités "dérivées" dans leur rapport mutuels, comme les unités de volume déduites de l'unité de longueur, le concept de masse volumique, etc.

Annexe III. Extrait d'un cahier de Paul Guionie, élève du "Cours Supérieur" de l'école primaire de Larche (Corrèze) en 1937 (il s'agit de l'actuelle sixième pour les élèves qui n'allaient pas au Lycée). Le cahier complet est consultable à

`http://membres.lycos.fr/styx/cahier/cahier.htm`

On y voit l'élève énoncer clairement le principe d'Archimède, puis appliquer ce principe pour le problème suivant : évaluer la charge pouvant être supportée par un bateau de forme parallélépipédique, dont on donne les dimensions, le tirant d'eau et la masse à vide.

Les professeurs d'enseignement secondaire qui liront ces lignes reconnaîtront sans doute qu'un tel problème ne pourrait plus aujourd'hui être abordé au collège : consciente de ce fait, la commission des programmes l'a d'ailleurs supprimé du programme de ce niveau. On le retrouve au niveau du programme de Terminale S.[2]

[2] Partie D: évolution temporelle des systèmes mécaniques... 2. Etude de cas... 2.1...

On voit aussi clairement que la question de la “trans-disciplinarité” – pour reprendre une terminologie à la mode – n’était pas seulement à l’ordre du jour des débats, mais qu’elle était concrètement appliquée dès l’école primaire.

Annexe IV. Extrait d’un manuel de Mathématiques de la classe de 5ème.

Il s’agit d’une leçon sur l’aire du triangle. Là où on serait en droit d’espérer la déduction de l’aire d’un triangle de celle du rectangle et du parallélogramme (surtout à ce niveau, puisqu’en 1945, cela figurait au programme du CM1) le manuel ne fait que “parachuter” la formule, en l’accompagnant de 3 dessins de triangles avec leurs bases et leurs hauteurs diversement disposées et dénommées. Aucune approche explicative n’est proposée.

Hélas, il ne s’agit pas d’un exemple isolé. L’examen des manuels de Collège et de Lycée révèle la très faible part de la démarche déductive, et au contraire, une tendance marquée à l’utilisation d’arguments d’autorité et d’approches purement formelles. Les manuels font souvent l’impasse sur les explications qui seraient utiles à la compréhension des élèves, même lorsque celles-ci paraissent faciles à apporter. Ainsi, un manuel répandu de géométrie de première propose une litanie de théorèmes d’incidence en géométrie dans l’espace sans aucune démonstration ou lien logique.

On peut se demander dans ces conditions si le but est de former des citoyens dotés d’esprit critique, ou au contraire de serviles éxécutants rabachant des connaissances dogmatiques apprises par coeur ...

Annexe V. Extrait d’un manuel de Physique de Terminale C utilisé au début des années 1970 (programme de 1966). Comparaison avec le programme de Physique-Chimie 2001.

L’examen du manuel de 1970 révèle une interaction riche et permanente entre les mathématiques et la physique. La dynamique du point matériel et du solide donne lieu à des formulations mathématiques précises et quantitatives, dans le cadre de l’analyse vectorielle, conduisant à l’utilisation d’équations différentielles pour déduire les lois du mouvement. La présentation est sobre et laisse une place substantielle à la discussion de la modélisation mathématique. Les exercices d’application sont nombreux et diversifiés.

Le contraste avec l’état d’esprit des programmes 2001 est saisissant. En 2001, il s’agit plutôt de donner un aperçu des phénomènes et un catalogue de faits expérimentaux, en introduisant constamment des limitations qui semblent exclure toute explication unifiée des phénomènes. Phrase typique figurant dans les commentaires de programme : *“L’équation différentielle ne sera établie que dans le cas d’un ressort à réponse linéaire et horizontal”*; cette restriction est bien sûr “forcée” par les énormes lacunes en analyse et en géométrie vectorielle, empêchant d’aborder la mécanique de façon mathématiquement cohérente.

La démathématisation de l’enseignement de physique ne rend pas les choses plus simples, surtout si l’objectif est d’éclairer la compréhension de l’élève. Cette démathématisation relève de deux raisons :
– d’une part la faiblesse de l’enseignement des mathématiques
– d’autre part une volonté parfois ouvertement affichée de déformaliser l’enseignement de

---

Connaissances et savoir-faire exigibles : Connaître les caractéristiques de la poussée d’Archimède.

la physique, qui résulte d'une confusion entre ce que sont réellement les mathématiques, et d'autre part la pratique stéréotypée de l'usage des formules.

L'analyse de l'évolution des programmes et des contenus enseignés dans les filières d'enseignement général fait donc apparaître un recul sévère par rapport à la situation qui prévalait il y a quelques décennies, qualitativement et quantitativement, *à tous les niveaux.* On peut estimer que le recul correspond quantitativement à l'équivalent d'au moins 2 années d'études à la fin du Secondaire, sans tenir compte de l'effet qualitatif peut-être encore plus important.

De la façon de rédiger et concevoir les programmes...

La lecture des programmes officiels récents de mathématique et de physique/chimie, particulièrement ceux de la filière S du Lycée, apparaît proprement stupéfiante au regard de l'histoire de la pensée scientifique : les notions du programme n'y sont *plus principalement structurées par le cheminement logique des théories* (respectivement, par les grands phénomènes et les grandes lois physiques), mais apparaissent plutôt comme des *catalogues de résultats épars* ou de situations expérimentales particulières.

Il est à noter qu'un examen superficiel des programmes actuels peut parfois faire quelque illusion en raison d'une tendance poussée à l'enflure rhétorique (on pourra lire par exemple le programme de la commission Joutard, à l'aune de la sobriété des programmes primaires de 1923 ou 1945).

Un constat d'évidence

Les nécessités de l'enseignement peuvent varier considérablement d'une discipline à une autre, et à l'intérieur même d'une discipline, peuvent *varier en fonction des objectifs poursuivis.* Il s'agit ici au moins autant de l'état d'esprit que du contenu.

Ainsi, la description mathématique des phénomènes de la Physique (phénomènes oscillants, mécanique, ...) nécessite une compréhension approfondie de l'Analyse et de la Géométrie, tandis que l'utilisation d'outils techniques tels que "tableurs" et "méthodes statistiques" en sciences économiques et dans certaines disciplines expérimentales pourra relever de considérations beaucoup plus pragmatiques, voire uniquement de questions élémentaires d'arithmétique.

Il est donc indispensable de *diversifier les filières scientifiques*, au Lycée et à l'Université, pour que celles-ci puissent *s'adapter aux capacités et aux objectifs variés des élèves* :

1) en offrant un réel choix dans l'approche des disciplines, compatible avec la diversité des goûts et des objectifs professionnels.

2) en dispensant le plus tôt possible un enseignement des *outils conceptuels essentiels*, pour ceux, enseignants, techniciens, ingénieurs et chercheurs, qui seront amenés plus tard à approfondir l'étude des sciences fondamentales ;

3) au contraire, en n'accablant pas sur le plan théorique ceux des élèves qui souhaiteraient s'orienter vers des voies plus pratiques ou plus expérimentales, mais en leur offrant la possibilité de *développer et de valoriser leurs compétences techniques.*

Conclusions et recommandations

1) Les programmes actuellement en vigueur dans l'enseignement primaire et secondaire sont devenus **indignes d'une grande nation scientifique**. Si l'on veut relever le défi de la formation scientifique au terme des études universitaires, il est hélas inévitable de *repenser et de réévaluer les programmes des cycles précédents* – dans un souci de continuité et de cohérence sur toute la durée de l'enseignement primaire et secondaire.

Pour cela, les commissions chargées des réformes doivent s'ouvrir aux différentes écoles de pensées, en particulier celles qui émettent des critiques argumentées et constructives, et non pas se réduire aux représentants des seuls *"courants en phase avec la doctrine officielle"* du moment.

Il est indispensable de mettre en place un dispositif d'évaluation et de suivi des formations, sur toute la durée du parcours éducatif. Cet instrument d'évaluation, qui devra impérativement être *indépendant de la tutelle administrative*, aura aussi pour mission d'analyser les évolutions dans le temps et dans l'espace, en analysant les programmes mis en place dans les principaux pays industrialisés aujourd'hui et dans le passé.

2) Je conteste vivement les intitulés tels que "*Les nouvelles stratégies d'apprentissage*" ou "*Rénover l'enseignement des sciences*" souvent mis en avant dans les débats actuels. Le problème posé par l'Enseignement des Sciences n'est pas en priorité de "dépoussiérer" des thématiques éducatives anciennes qui seraient devenues obsolètes, mais bel et bien de faire en sorte qu'il redevienne possible de construire des filières d'enseignement *cohérentes et diversifiées*, reposant sur des *contenus fortement réhabilités.* Surtout, les *horaires d'enseignement des sciences au Lycée doivent être revus à la hausse.*

Compte tenu de la *grande hétérogénéïté actuelle des étudiants*, et dans l'attente d'une restructuration de l'enseignement primaire et secondaire, le premier cycle universitaire doit offrir plusieurs niveaux de formation possibles pour chaque discipline, allant de la remise à niveau jusqu'à l'étude approfondie.

3) La valeur de l'enseignement universitaire a de tout temps reposé sur l'existence de communautés académiques ayant une *culture commune*, partageant des *traditions d'enseignement* et des *méthodologies propres.* La richesse scientifique réside dans cette diversité. Il faut donc essayer de faire reculer les penchants administratifs et technocratiques à l'uniformisation des procédures d'examen, et redonner une *autonomie suffisante aux divers champs disciplinaires*, notamment dans l'évaluation des acquis des étudiants.

Plutôt que de chercher à atteindre à tout prix une hypothétique "culture scientifique interdisciplinaire" par un saupoudrage généralisé des diverses disciplines dans les cursus éducatifs, il faudrait au contraire veiller à ce que les étudiants atteignent un *niveau suffisant d'approfondissement* dans au moins une discipline, pour leur donner une autonomie les autorisant à explorer d'autres champs disciplinaires de manière efficace. Il peut bien entendu subsister des filières "généralistes", mais les étudiants doivent avoir le choix, s'ils le souhaitent, de concentrer leurs études de premier cycle sur *deux ou trois grandes matières scientifiques.* D'où la nécessité, là encore, de diversifier les parcours possibles.

4) Les procédures d'examen devront être revues. Au delà de diplômes trop souvent devenus factices, le système éducatif devrait songer à constituer un véritable *livret de l'étudiant*,

spécifiant son parcours éducatif et garantissant solidement les acquis discipline par discipline, module par module. Un tel livret constituerait un outil fiable pour organiser l'orientation des étudiants et pour proposer de véritables *contrats d'étude* mettant en oeuvre les parcours diversifiés dont il est question plus haut.

5) Compte tenu de la dégradation de l'enseignement secondaire, le temps imparti de 3 ou 4 années d'Université est actuellement insuffisant pour permettre de *garantir un niveau de formation moyen décent* pour les futurs professeurs d'enseignement secondaire. Il n'est pas exagéré de dire que les concours de recrutement de Professeurs (CAPES, Agrégation de Sciences) se situent actuellement à un niveau extrêmement faible.

Il est donc urgent de susciter de nouveau la vocation des étudiants, par exemple par un *système de bourses de type IPES*.

Par ailleurs, il faut encourager les futurs enseignants à "aller voir un peu plus loin" en passant un DEA ou une Thèse. L'aménagement de nouveaux grades de Professeurs du Secondaire titulaires d'un DEA ou d'une Thèse serait un moyen. Le *Doctorat devrait pouvoir ouvrir la voie au Professorat* concurremment à l'Agrégation.

Il est clair, cependant, que le but à terme *ne doit pas être de rallonger indéfiniment* la formation des futurs enseignants. Bien, au contraire, un enseignement secondaire fortement réhabilité permettrait de stopper la spirale infernale du rallongement des cycles de formation universitaires, qui induit un coût exorbitant pour le pays, notamment au niveau de la formation des maîtres.

6) En dehors des champs spécialisés comme l'informatique ou la production de contenus multimédias, l'introduction des nouvelles technologies de l'information et de la communication n'apparaît susceptible d'avoir qu'une *incidence marginale sur la qualité de l'enseignement des sciences fondamentales.* Tout au plus, les nouvelles technologies permettent d'améliorer la simulation des expériences, la production et l'accès aux documents – sous réserve qu'il n'y ait pas des droits de copyright et de reproduction restrictifs.

Il y a lieu de distinguer soigneusement les différents usages que l'on peut faire de l'outil informatique :
- comme outil technique (calcul formel, dessin, traitement de texte)
- comme outil de communication (courrier électronique, Internet)

Comme outil de communication, on peut penser que l'école soit amenée à donner une initiation au même titre que les autres formes courantes de communication écrite ou orale. Comme outil technique, son usage peut être mis au service de l'enseignement mais ne doit pas devenir une priorité de l'enseignement, d'autant que les usages pertinents exigent des connaissances souvent élaborées.

Il faut donc prendre garde aux excès d'enthousiasme que le tapage commercial et médiatique cherche à susciter. Les soit-disant "Formations à l'outil Informatique" se réduisent trop souvent à apprentissage du manuel d'utilisation de logiciels commerciaux tout prêts à l'emploi, ce qui n'a à peu près aucun intérêt à moyen terme dans la perspective d'un véritable enseignement des sciences.

7) Au contraire, l'apprentissage de la programmation et de la sémantique dans quelques langages fondamentaux bien ciblés est d'un intérêt évident pour tout scientifique. Notre

pays a besoin de *nombreux spécialistes de haut niveau* dans le secteur-clé des technologies de l'information et de la communication, et d'interactions fortes entre ce secteur et les autres domaines technologiques et scientifiques.

Il est clair que *l'Informatique Libre est un outil incontournable*, grâce notamment à une implication forte et désintéressée de la communauté académique et scientifique, et la disponibilité d'une très riche panoplie d'outils, particulièrement dans le domaine des langages et de la programmation. Il y a aussi d'autres arguments évidents pour un pays soucieux de ses deniers publics et de son indépendance technologique.

Là encore, la faible performance actuelle de l'enseignement secondaire est un facteur limitant important. Dans le cadre de filières diversifiées, l'enseignement secondaire doit proposer aux élèves qui le souhaitent la possibilité d'une première initiation aux concepts fondamentaux de l'informatique (langages et programmation). Ceci ne sera possible que si le niveau mathématique et scientifique moyen atteint à la fin du collège n'est pas dramatiquement faible comme il l'est devenu aujourd'hui.

Annexe I.

Comparaison des programmes de CP, CE1 avant 1960 et de ceux de la Commission Joutard 2002

1. Cours Préparatoire : Programme de 1923 (intégral)

Le programme de 1923 est applicable jusqu'en 1945 et celui de 1945, cité *infra*, peu différent de celui de 1923, jusqu'en 1970.

Premiers éléments de numération. Compter des objets, en écrire le nombre jusqu'à 10, puis jusqu'à 100.

Petits exercices de calcul oral et écrit, sans dépasser 100.
Ajouter et retrancher des groupes d'objets, additionner ou soustraire les nombres correspondants.

Compter par 2, par 3, par 4. Multiplier par 2, par 3, par 4. Diviser des groupes d'objets en 2, 3, 4 parts égales.

2. Cours préparatoire : Répartition mensuelle des matières de 1923

Avril

Les nombres de un à soixante
Multiplier par 2 ... Diviser par 2
Employer les expressions "doubler", "prendre la moitié".

Mai

Les nombres de soixante à quatre-vingt
Multiplier par 2 et 3 ... Diviser par 2 et 3
Employer les expressions "tripler", "prendre le tiers".

Juin

Multiplier par 2, par 3, par 4, Diviser par 4
Expression "prendre le quadruple" et "le quart"[3]

3. Programme Joutard 2002, fin du primaire

"IV - CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS - CYCLE 3"

– les relations arithmétiques entre les nombres : doubles, moitiés, quadruples, quarts, triples, tiers..., notamment entre nombres d'usage courant, la notion de multiple (multiples de 2, 5 et 10).

4. Programme CP de 1945 / Un cahier de CP en 1956

Programme CP de 1945 (Intégral)

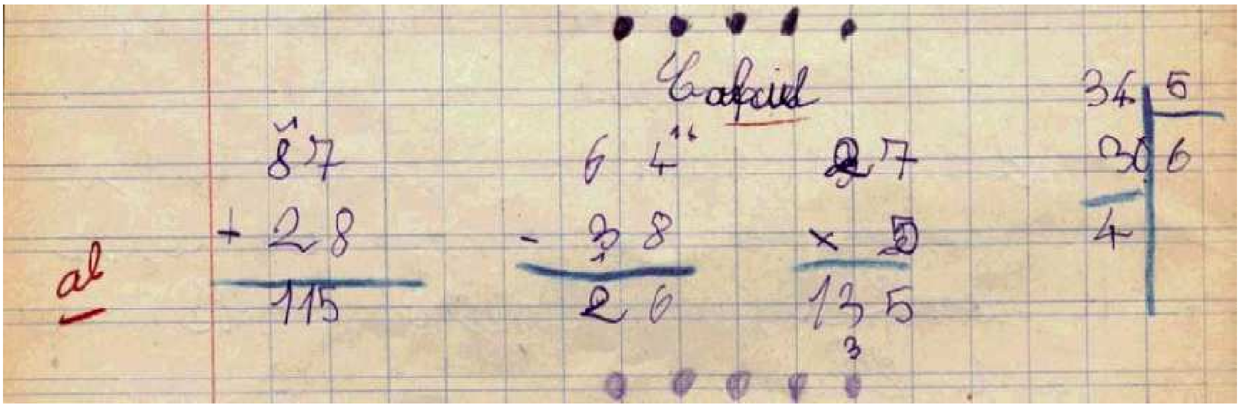
[3] Source : P.-H. Gay, O. Mortreux, *Programmes officiels des écoles primaires 1923–1938*, Librairie Hachette, Brodard et Taupin, Coulommiers (France), 27753 - XIV – 8391. Pages 301 à 330.

Etude concrète des nombres de 1 à 5, puis de 5 à 10, puis de 5 à 20. Formation, décomposition, nom et écriture. Usage des pièces et billets de 1, 2, 5, 10 Francs, du décimètre et du double décimètre gradué en en centimètres.

Les nombres de 1 à 100. Dizaines et demi-dizaines. Compter par 2, par 10, par 5. Usage du damier de cent cases et du mètre à ruban.

Exercices concrets d'addition, de comparaison et de soustraction (nombres d'un chiffre, puis de deux chiffres, multiplication et division par 2 et 5).

Extraits d'un cahier de Cours Préparatoire :
Cahier de Michel Delord, page du 30 juin 1956,
d'une ZEP de l'époque (Ecole des Chapélies, 19–Brive)



4) Programme Joutard 2002 du Cycle 2 (CP-CE1)[4]

A la fin du cycle 2 , seule la technique opératoire de l'addition est exigible.
(...)
La capacité à donner très rapidement (quasi instantanément) les résultats des tables d'addition et à les utiliser pour fournir des compléments et des différences nécessite un long apprentissage. Celui-ci n'est d'ailleurs pas entièrement terminé à la fin du Cycle 2.

Compétences :

– Connaître et utiliser les tables de multiplication par deux et par cinq.

– Savoir multiplier par dix.

Commentaires : au Cycle 2, le répertoire multiplicatif est progressivement construit par les élèves. Ils peuvent le consulter avant que les résultats ne soient mémorisés, en particulier pour les tables autres que celles de deux et cinq. La mémorisation commence au cycle 2,

[4] In *Documents d'application des programmes : Mathématiques – Cycle des apprentissages fondamentaux (Cycle 2), applicable à la rentrée 2002* – CNDP. Auteurs : Roland CHARNAY, Luce DOSSAT, Jean FROMENTIN, Catherine HOUDEMENT, Nicole MATULIK, Guy PIGOT, Paul PLANCHETTE. Pages 21 et suivantes.
`http://wwww.cndp.fr/textes_officiels/ecole/math_Ecole_C2.pdf`

notamment pour pour les tables jusqu'à cinq, mais la mémorisation complète relève du début du Cycle 3. Pour la table de deux, il suffit de fournir les doubles (souvent bien connus). Pour la table de cinq, les régularités facilitent la mémorisation. Enfin, pour la multiplication par dix, on met en évidence la “régle du 0”, en la justifiant (4×10, c'est 4 dizaines, donc 40).

Pour mémoire, jusqu'en 1970

– les quatre opérations sur les nombres inférieurs à 100 (au moins : cf. cahier de 1956) **et** les tables d'addition étaient enseignées en CP.

– en fin de CE1 étaient maîtrisées au minimum
  – l'addition et la soustraction sur les nombres inférieurs à 1000
  – toutes les multiplications et divisions d'un nombre inférieur à 1000 par un nombre à un chiffre
  – toutes les tables (addition, soustraction, multiplication, division)[5]

Annexe II.

A) Programme de Cours Moyen de 1923 :

En bleu : questions partiellement traitées en 2002 en CM2
En rouge : questions entièrement supprimées du programme en 2002

1. Calcul et arithmétique.

Application des 4 règles (= opérations) à des nombres plus élevés qu'au cours élémentaire.

Les nombres complexes heures, minutes, secondes ; la circonférence (degrés, minutes, secondes). Calcul de la longueur de la circonférence.

Système de mesures légales à base 10, 100, 1000
Multiples et sous-multiples.

Calcul des surfaces : carré, rectangle, triangle, cercle.
Calcul des volumes : prisme droit à base triangulaire, cube, cylindre

Nombres décimaux et fractions. Idée générale des fractions ordinaires. Pratique des quatre opérations sur les fractions ordinaires dans des cas numériques simples.

Problèmes sur des données usuelles. Règle de trois simple. Règle d'intérêt simple.

Suite et développement des exercices de calcul rapide et de calcul mental.

2. Géométrie.

Etude intuitive et représentation par le dessin des figures de géométrie plane.
Notions sommaires sur la représentation des longueurs, sur les plans et les cartes à une échelle donnée.

[5] Source : IO de 1945 et op. cit. : P.-H. Gay, O. Mortreux ...

Notions pratiques sur les solides géométriques simples (cubes, prismes droits).
Notions sommaires sur leur représentation géométrique (croquis coté).
Cercle. Sa division en degrés.
Carré, hexagone régulier, triangle régulier inscrits dans le cercle.

B) Programme Joutard 2002[6]

Le programme Joutard 2002 indique les compétences maximales exigibles (en bleu), accompagnés des commentaires de programme (*en italique*)

Opérations sur les nombres entiers et décimaux

La diffusion généralisée d'outils de calcul instrumenté (et notamment des calculatrices de poche) amène à repenser les objectifs généraux de l'enseignement du calcul. (Page 6)

Calculer le produit de deux entiers ou le produit d'un décimal par un entier (3 chiffres par 2 chiffres) par un calcul posé.
Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier (d'au plus 4 chiffres) par un nombre entier (d'au plus 2 chiffres)

Le calcul de divisions (quotient entier et reste) doit être limité à des cas raisonnables : dividende ayant au plus quatre chiffres, avec pose effective des soustractions intermédiaires et possibilité de poser des produits partiels annexes pour déterminer certains chiffres du quotient.
L'algorithme de la division sera repris dans le programme de 6e et prolongé au cas du quotient décimal.

Le calcul d'un quotient décimal issu de la division de deux entiers ou d'un décimal par un entier n'est donc pas une compétence exigible au Cycle 3. (Page 26) (...)
[mais]
On pourra utiliser une calculatrice pour déterminer le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier. (Page 28).

Ainsi, le fait que le produit de deux décimaux ne soit pas au programme n'exclut-il pas que les élèves aient, par exemple, à calculer le prix de 2,5 kg de gruyère à 10,20 Euros le kg : ils peuvent, soit considérer que 2,5 kg, c'est la moitié de 5 kg, soit que c'est 2 kg et 1/2 kg, ce qui leur permet de répondre sans poser la multiplication de 10,20 par 2,5. (Page 25)
ou de l'art subtil de contourner des limitations ineptes et incohérentes...

Système métrique, calcul de périmètres et d'aire

Les conversions systématiques d'aires ne sont pas au programme du Cycle 3 ; elles seront traitées au Collège (Page 39)

Aucune compétence relative aux volumes (autres que les contenances) n'est exigée (Page 36)

[6] In *Documents d'application des programmes : Mathématiques – Cycle des apprentissages fondamentaux (Cycle 2), applicable à la rentrée 2002* – CNDP. Auteurs : Roland CHARNAY, Luce DOSSAT, Jean FROMENTIN, Catherine HOUDEMENT, Nicole MATULIK, Guy PIGOT, Paul PLANCHETTE. `http://wwww.cndp.fr/textes_officiels/ecole/math_Ecole_C2.pdf`

Calculer l'aire d'un rectangle dont l'un des côtés au moins est de dimension entière

Les élèves peuvent être confrontés à la détermination, par des procédures personnelles ou à l'aide d'une calculatrice d'aires de rectangles dont les dimensions ne sont pas entières (par exemple, l'aire d'un rectangle de 6,4 cm sur 3,8cm). Pour cela, ils peuvent se ramener au cas de dimensions entières en changeant d'unités, recourir à un pavage effectif par des carrés de 1 cm^2 et de 1 mm^2 ou multiplier les deux nombres à l'aide d'une calculatrice. Mais aucune compétence n'est exigée à ce sujet (Page 38)

Géométrie

Le compas est utilisé pour comparer ou pour reporter des longueurs (Page 36)

L'utilisation du compas pour trouver le milieu d'un segment ou tracer des droites perpendiculaires ou parallèles relève du collège. (Page 31)

La construction d'un triangle à l'aide du compas, à partir de la donnée des longueur des trois côtés, n'est pas une compétence exigible à la fin du Cycle 3. (Page 33)

L'usage du rapporteur gradué classique ne relève pas du Cycle 3. (Page 39)

C) Remarques complémentaires

a) La situation d'allégement des exigences n'est pas nouvelle puisque les commentaires des programmes actuelles de sixième, c'est-à-dire les programmes de 1995 (*la génération d'élèves concernée n'arrivera au plus tôt à l'Université qu'en 2007*) notaient déjà :

Les nouveaux programmes de l'école primaire font apparaître des allégements qui doivent retenir l'attention des professeurs de 6 ème notamment sur deux points :
– dans le domaine des nombres décimaux, le calcul du produit de deux décimaux ne figure plus au programme de l'école primaire ; les professeurs de sixième auront donc à mettre en place cette compétence, aussi bien du point de vue du sens que du point de vue de l'algorithme de calcul ;
– dans le domaine de la mesure, aucune compétence concernant les volumes n'est désormais inscrite au programme du cycle des approfondissements ; [7]

tandis que les programmes correspondants définissaient les compétences sur la division en fin de sixième :

Compétences exigibles en fin de sixième : *Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre entier d'un ou deux chiffres. Effectuer, dans des cas simples, la division décimale d'un nombre entier ou décimal par un nombre entier.* (Programme de sixième de 1995) [8]

[7] Page 37
`http://www.cndp.fr/textes_officiels/college/programmes/bacc_6/maths_6.pdf`

[8] Pages 35 et 36
http://www.cndp.fr/textes_officiels/ college/programmes/bprg_6/maths6.pdf

b) Si l'on s'intéresse non pas au contenu des programmes mais à ce qu'en retiennent les élèves, ces allègements sont censés assurer au moins une bonne assimilation de ce qu'il reste des anciens programmes. Il n'en est rien : l'exercice 28 b de l'évaluation passée en cinquième en septembre 2002 est le suivant : *Pose et effectue la division* $178,8 : 8$. Il se situe exactement dans le cadre des exigences rabougries du programme de sixième de 1995 : "*division d'un décimal par un entier dans des cas simples*" puisque
i) le dividende n'a qu'une décimale
ii) le diviseur n'a qu'un chiffre
iii) la division s'effectue avec la seule connaissance des tables de 2, 3 et 5.

Les résultats nationaux sont les suivants : 3 élèves français sur 4 ne savent pas faire cette division puisque seuls 25,8% la réussissent.

Pour plus de renseignements sur cette question placés dans le cadre de l'évolution historique depuis 80 ans, lire

Michel Delord

– "*De l'enseignement à la remédiation*" (Février 2003)
`http://michel.delord.  free.fr/remed.html`

– "*Risque de divisions sur l'évaluation de l'évaluation*"
`http://michel.delord.free.fr/eval5.pdf`

c) Pour le calcul fractionnaire, lorsque le programme de 1923 précise : *"Pratique des quatre opérations sur les fractions ordinaires dans des cas numériques simples"*, la modestie de la rédaction signifie cependant que, pour toutes les fractions sont maîtrisées en CM

– l'addition, la soustraction et le produit (programme actuel de cinquième sans la connaissance du PPCM ni du PGCD, c'est-à-dire que l'addition et la soustraction supposent que l'un des dénominateurs est multiple de l'autre, l'introduction de la notion de nombre premier se faisant en seconde)

– la division (programme actuel de quatrième)

L'adjonction *"dans des cas numériques simples"* signifie simplement que, même si la réduction au même dénominateur était introduite en CM [9], on n'exigeait pas la décomposition en facteurs premiers qui faisait partie du programme du Cours Supérieur (i.e. la classe suivant le CM2 pour les élèves qui n'allaient pas au lycée.) Le programme du Cours Supérieur comportait, entre autres, le volume et l'aire du cône, de la pyramide (actuellement 4 ème) et la sphère (niveau 3 ème), les notions de racines carrées[10] et l'emploi *"des lettres dans des problèmes faciles à deux inconnues"*[11]

9 Simplification et réduction au même dénominateur des fractions ; En Décembre de CM2 de la Répartition mensuelle citée dans P.-H. Gay et O. Morteux, *Programmes officiels ...* , p. 315 et 316.

10 Voir le cahier de Paul Guionie, page 17.
`http://membres.lycos.fr/styx/cahier/17.htm`

11 In P.-H. Gay et O. Mortreux, p. 324.

d) Pour les calculs d'aires restent seulement au programme celles du carré et du rectangle dans certaines conditions (*cf. supra*) et ne figurent plus aucun calcul de volumes puisque les unités de volumes ne sont plus enseignées depuis 1995. Le périmtre du cercle, ainsi que le volume du cube et du parallélépipède (pas par un calcul mais *"en se rapportant à un dénombrement d'unité"*[12]) sont au programme de sixième ; l'aire du cercle, du triangle et du parallélogramme sont au programme de cinquième ainsi que le volume du prisme et du cylindre.

Ceci confirme bien un retard moyen quantitatif d'au moins deux ans, aggravé du point de vue qualitatif par un recul dans la construction de la rationalité, par l'abandon des démonstrations et par le fait que l'on enseigne certaines notions sans les prérequis qui sont nécessaires (Exemple très parlant du calcul fractionnaire).

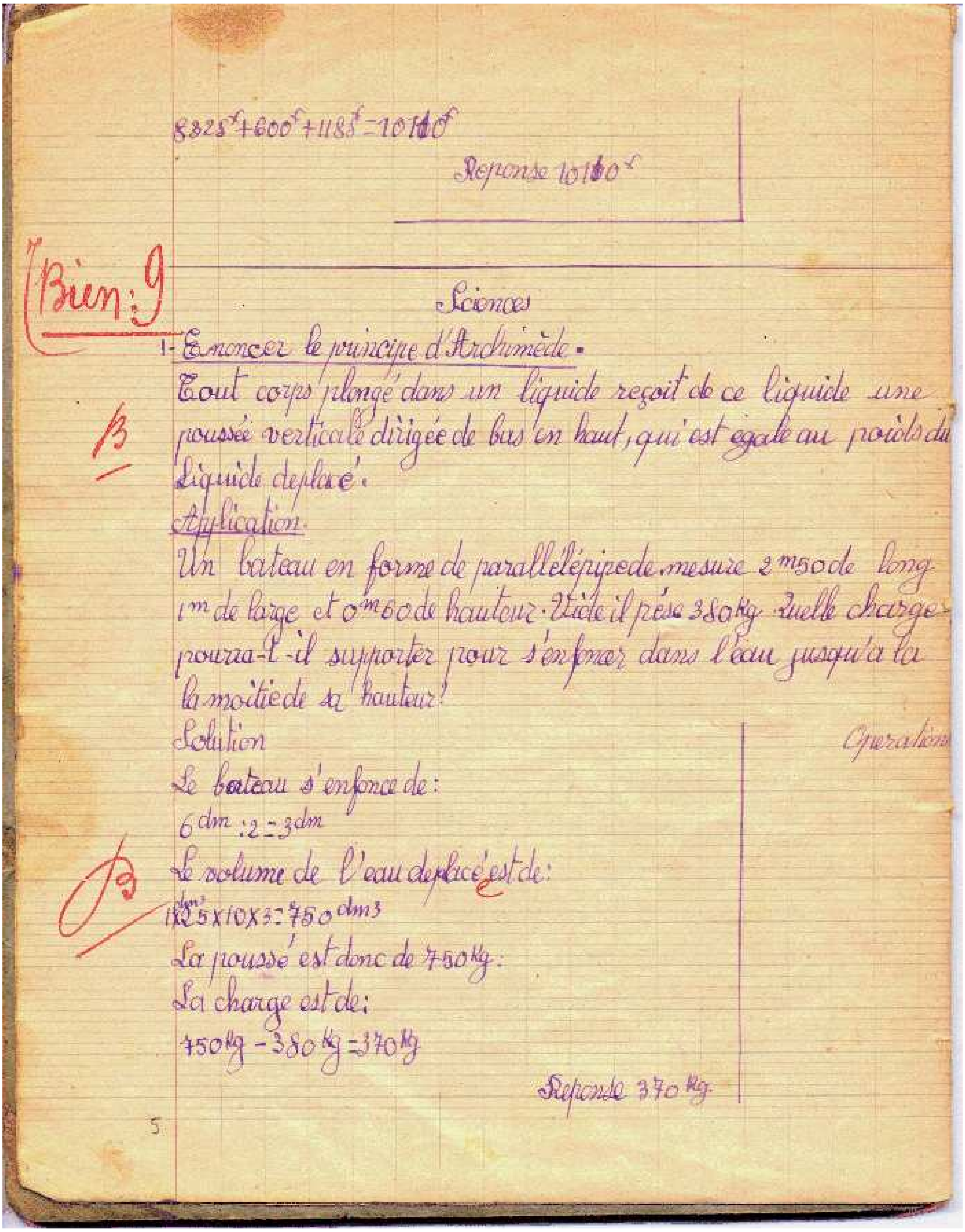
Pour plus de renseignements sur l'évolution des programmes depuis 1970, lire :

Michel Delord
– *"Sur l'enseignement primaire en France"*
Conférence donnée à Milan le 19 avril 2002 dans le cadre du colloque : "Le direzioni del cambiamento. L'insegnamento della matematica dopo le riforme"
`http://michel.delord.free.fr/milan+.pdf`
– *"Appel sur l'enseignement primaire : A propos des commentaires de M. Dominique Pernoux"*,
14 Avril 22 : Brève analyse des l'évolution des programmes primaires depuis 1960 sur l'enseignement des opérations, des grandeurs et des unités
`http://michel.delord.free.fr/prim_dp1.pdf`

[12] Programme de sixième, page 33.

Annexe III.

Cahier de Paul Guionie (Cours supérieur de l'école primaire de Larche, Corrèze, en 1937)



8325f+600f+1185f=10110f

Réponse 10110f

Bien : 9

Sciences

1- Énoncer le principe d'Archimède.

Tout corps plongé dans un liquide reçoit de ce liquide une poussée verticale dirigée de bas en haut, qui est égale au poids du liquide déplacé.

B

Application.

Un bateau en forme de parallélépipède mesure 2m50 de long, 1m de large et 0m60 de hauteur. Vide il pèse 380kg. Quelle charge pourra-t-il supporter pour s'enfoncer dans l'eau jusqu'à la la moitié de sa hauteur ?

Solution

Opérations

Le bateau s'enfonce de :

6dm : 2 = 3dm

B

Le volume de l'eau déplacé est de :

25dm × 10 × 3 = 750dm3

La poussé est donc de 750kg.

La charge est de :

750kg − 380kg = 370kg

Réponse 370kg

5

Annexe IV.

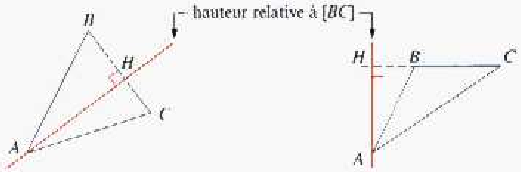
Extrait d'un manuel de Mathématiques de 5ème, montrant *l'extrême indigence* de la présentation de la formule de l'aire d'un triangle

LE COURS ... *les notions*

2. Aire d'un triangle

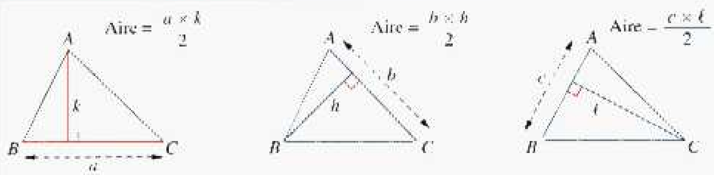
a) Hauteurs d'un triangle

La hauteur relative à un côté d'un triangle est la droite perpendiculaire à ce côté qui passe par le sommet opposé à ce côté.



La longueur AH est aussi appelée **hauteur relative à [BC]**.

b) Aire d'un triangle



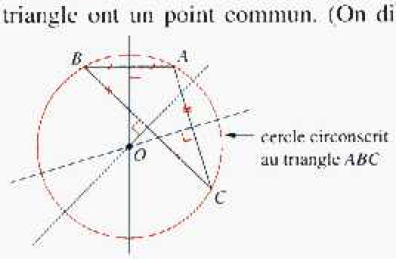
Pour calculer l'aire d'un triangle, on mutiplie la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté, puis on divise le résultat par 2 :

$$\textbf{aire du triangle} = \frac{\textbf{côté} \times \textbf{hauteur}}{\textbf{2}}.$$

3. Cercle circonscrit à un triangle

Les médiatrices des côtés d'un triangle ont un point commun. (On dit qu'elles sont concourantes.)

Leur point d'intersection O est le centre d'un cercle qui passe par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé **cercle circonscrit au triangle**.



Annexe V.

Extrait d'un manuel de Physique de Terminale C du début des années 1970 (programme 1966), mettant en oeuvre une riche modélisation mathématique (géométrie dans l'espace, calcul différentiel vectoriel).

Dans l'étude de la rotation d'un solide, on utilise une relation générale que nous allons établir en appliquant la relation fondamentale de la Dynamique à chacun des éléments matériels du solide.

1. L'application de la relation fondamentale de la Dynamique au mouvement de rotation d'un point matériel.

a. — L'équation horaire du mouvement.

Supposons que la petite sphère M, rigidement liée à l'axe de rotation ZZ', représente le point matériel considéré (fig. 1). En tournant autour de l'axe ZZ', le point M décrit une circonférence dont le centre O est le pied de la perpendiculaire abaissée de M sur ZZ' et dont le rayon est OM = r; le plan de cette circonférence est évidemment perpendiculaire à l'axe de rotation.

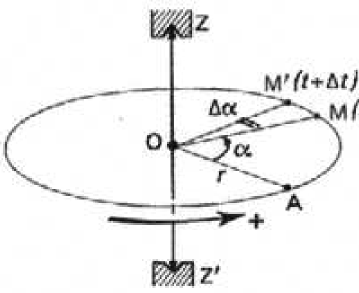


Fig. 1.

Un sens positif de rotation et un rayon origine fixe OA ayant été choisis, la position de M est définie à chaque instant t par la valeur algébrique α de l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$.

La relation :

$$\alpha = f(t)$$

est l'*équation horaire* du mouvement de rotation.

b. — Vitesse et accélération angulaires.

Entre deux instants voisins, t et $t + \Delta t$, l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$ passe de la valeur α à la valeur $\alpha + \Delta\alpha$. Le quotient $\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$ mesure algébriquement la vitesse angulaire *moyenne* entre ces instants; si Δt tend vers zéro, $\Delta\alpha$ tend aussi vers zéro et la vitesse angulaire moyenne tend vers une limite ω égale à la dérivée par rapport au temps de la fonction $\alpha = f(t)$:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}$$

Par définition, cette limite mesure algébriquement la ***vitesse angulaire à l'instant t;*** on l'exprime *en radian par seconde.*

Dans le cas général d'un mouvement de rotation *varié*, la vitesse angulaire varie à chaque instant. Supposons qu'entre deux instants voisins, t et $t + \Delta t$, elle passe de la valeur ω à la valeur $\omega + \Delta\omega$; le quotient $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ mesure l'accélération angulaire moyenne entre ces instants. Si Δt tend vers zéro, $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ tend aussi vers une limite α'' qui est la dérivée $\frac{d\omega}{dt}$ de la vitesse angulaire (donc, la dérivée *seconde* de α).

Par définition, cette limite mesure algébriquement l'***accélération angulaire à l'instant t :***

$$\boxed{\alpha'' = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}}$$

Elle s'exprime en *radian par seconde, par seconde* (rd/s²).

Si α'' a même signe que ω, la vitesse angulaire augmente en valeur absolue et la rotation est dite *accélérée;* elle est dite *retardée* quand α'' et ω sont de signes contraires.

Si $\alpha'' = 0$, la vitesse angulaire ω est constante, la rotation est *uniforme.*

c. — L'application de la relation fondamentale de la Dynamique.

A un instant quelconque t où la vitesse angulaire a la valeur algébrique ω :

— la mesure algébrique du vecteur vitesse $\vec{v}$ est :

$$v = r\omega \text{ (formule } \mathbf{3}\text{, p. 56)}$$

— le vecteur accélération $\vec{\gamma}$ a pour composantes (fig. 2) :

1° suivant la tangente MT (accélération *tangentielle*), le vecteur $\vec{\gamma}_T$, de mesure algébrique :

$$\gamma_T = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\alpha''$$

2° suivant le rayon (accélération *normale*), le vecteur $\vec{\gamma}_N$, toujours dirigé vers le centre O et dont le module a pour valeur :

$$\gamma_N = v^2/r = \omega^2 r$$